

Persiapan EAS Kalkulus 2

A. Volume Benda Putar

1. **(EAS 2023)**. Dapatkan volume benda putar jika daerah yang dibatasi oleh $x = y^2$, $y = 1$, dan $x = 0$ diputar pada sumbu- x , serta sketsa daerahnya!
2. **(EAS 2025)**. Dapatkan volume benda padat yang diperoleh dari daerah yang dibatasi oleh $y = 2x - 2$, $y = -2x + 6$, $x = 3$ diputar pada sumbu- x , serta sketsakan daerahnya!
3. **(EAS 2025)**. Dapatkan volume benda padat yang diperoleh dari daerah yang dibatasi oleh $2x + 3y = 6$, $2x - 3y = 6$ dan sumbu- y diputar pada sumbu- y , serta sketsakan daerahnya!
4. **(EAS 2023)**. Dapatkan volume benda putar jika daerah yang dibatasi oleh $y = \frac{1}{x}$, $y = 2$, dan garis $x = 2$ diputar terhadap garis $y = 2$, serta sketsa daerahnya!
5. **(EAS 2024)**. Gambarkan daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, dan $x = 0$, kemudian dapatkan volume benda putar jika daerah tersebut diputar pada garis $x = -2$.
6. **(Kuis 2 2026)**. Tentukan volume benda putar yang terbentuk jika daerah yang dibatasi oleh $y = \cos x$, $y = \sin x$, $x = 0$, dan $x = \frac{\pi}{4}$ diputar terhadap sumbu- x .

B. Panjang Suatu Kurva

1. **(Soal Buku 4.3)**. Dapatkan panjang busur kurva $y = \frac{x^4}{16} + \frac{1}{2x^2}$ dari $x = 2$ ke $x = 3$.
2. **(EAS 2023)**. Dapatkan panjang busur kurva parametrik $x = t^2$, $y = \frac{1}{3}t^3$ pada interval $0 \leq t \leq 1$.
3. **(Kuis 2 2026)**. Dapatkan panjang dari kurva parametrik $x = \cos 2t$, $y = \sin 2t$ pada interval $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
4. **(Soal Buku 5.5)**. Dapatkan panjang busur dari kurva koordinat kutub pada lingkaran $r = 2a \cdot \cos \theta$.
5. **(Soal Buku 5.5)**. Dapatkan panjang busur dari kurva $r = e^{3\theta}$ dari $0 \leq \theta \leq 2$.

C. Koordinat Kutub

1. Diberikan suatu kurva polar $r = 2 + 3\sin \theta$ untuk $0 \leq \theta \leq \pi$. Tentukan koordinat kutub titik pada kurva yang memiliki jarak paling jauh dari titik asal!
2. Diberikan suatu kurva polar $r = 1 + 2\cos \theta$. Tentukan titik potong kurva dengan sumbu- x serta sumbu- y .

D. Grafik dalam Koordinat Kutub

1. Gambarkan kurva dari *rose* $r = 4 \sin 3\theta$ kemudian dapatkan luas daerah di dalam kurva tersebut.
2. Gambarkan kurva dari *rose* $r = 8 \sin 2\theta$ kemudian dapatkan luas daerah di dalam kurva tersebut.

E. Luas dan Volume dalam Koordinat Kutub

1. **(EAS 2025)**. Tentukan luas daerah di dalam lingkaran $r = 6$ dan di dalam kardioida $r = 4 + 4\cos\theta$. Sketsa luasan bidang datar.
2. **(EAS 2024)**. Dapatkan luas daerah yang berada di dalam lingkaran $r = 4\sin\theta$ dan di luar lingkaran $r = 4\cos\theta$
3. **(EAS 2024)**. Dapatkan luas daerah dari irisan kardioida $r = 2 - 2\cos\theta$ dan kardioida $r = 2 + 2\cos\theta$
4. **(Buku Kalkulus 2)**. Dapatkan volume dari kurva $r = 1 - \cos\theta$ untuk $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ yang diputar terhadap sumbu-x.
5. **(Buku Kalkulus 2)**. Dapatkan volume dari kurva $r = 2 + 3\sin\theta$ untuk $0 \leq x \leq \pi$ yang diputar terhadap sumbu-y.

F. Garis Singgung dan Panjang Busur di Koordinat Kutub

1. **(Kuis 2 2026)**. Tentukan semua koordinat polar pada *limacon* $r = 1 - \sin\theta$ yang memiliki garis singgung vertikal!
2. **(Kuis 2 2026)**. Dapatkan semua titik pada kardioida $r = a(1 + \cos\theta)$ yang memiliki garis singgung horizontal!
3. **(Soal Buku 5.5)**. Dapatkan panjang busur dari kurva koordinat kutub pada lingkaran $r = 2a \cdot \cos\theta$.
4. **(Soal Buku 5.5)**. Dapatkan panjang busur dari kurva $r = e^{3\theta}$ dari $0 \leq \theta \leq 2$.

G. Deret Tak Hingga

1. **(EAS 2025)** Uraikan deret di bawah ini hingga lima suku pertama!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5+n}$$

Gunakan uji Rasio untuk menentukan konvergen atau divergen dari deret tersebut.

2. **(Buku Kalkulus 2)** Tentukan apakah deret berikut konvergen atau divergen, dapatkan nilai konvergensinya apabila konvergen.

- i. $\sum_{k=1}^{\infty} 4^{k-1}$
- ii. $\sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2^k} - \frac{1}{2^{k+1}} \right]$
- iii. $\sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(k+2)(k+3)} \right]$

A. Volume Benda Putar

- 2). Volume benda padat : $y = 2x - 2$, $y = -2x + 6$,
dan $x = 3$ diputar pada Sumbu- x .

Jawab :

- ① Menentukan titik potong kurva dengan sumbu koordinat.

► $y = 2x - 2$

$x = 0 \rightarrow y = -2 \quad (0, -2)$

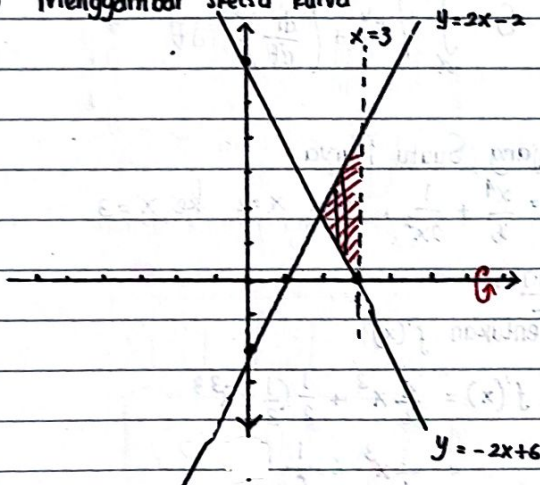
$y = 0 \rightarrow x = 1 \quad (1, 0)$

► $y = -2x + 6$

$x = 0 \rightarrow y = 6 \quad (0, 6)$

$y = 0 \rightarrow x = 3 \quad (3, 0)$

- ② Menggambar sketsa kurva



- ③ Tentukan Partisi

Karena bagian atas dan bawah daerah yang diarsir dibatasi oleh kurva y_1 dan y_2 di setiap titik, maka ambil partisi vertikal

- ④ Volume benda putar

Karena partisi $\perp$ benda putar, gunakan volume Cincin-Cakram

► Titik potong :

$y_1 = y_2$

$2x - 2 = -2x + 6$

$4x = 8$

$x = 2$

$$V = \int_2^3 \pi [(2x-2)^2 - (-2x+6)^2] dx$$

$$= \pi \int_2^3 [4x^2 - 8x + 4 - (4x^2 - 24x + 36)] dx$$

$$= \pi \int_2^3 16x - 32 dx$$

$$= \pi \int_2^3 16(x-2) dx$$

$$= 16\pi \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x \right]_2^3$$

$$= 16\pi \left[\frac{1}{2} \cdot 9 - 6 - (2 - 4) \right]$$

$$= 16\pi \left[\frac{9}{2} - 6 + 2 \right]$$

$$= 16\pi \left[\frac{9}{2} - 4 \right]$$

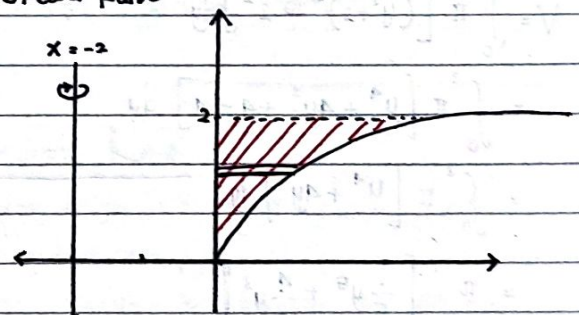
$$= 16\pi \left[\frac{9-8}{2} \right]$$

$$= 8\pi \text{ Satuan Volume}$$

5. Volume Benda Putar daerah yang dibatasi oleh kurva $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, dan $x = 0$, diputar pada garis $x = -2$

Jawaban :

- ① Sketsa kurva



- ② Tentukan partisi

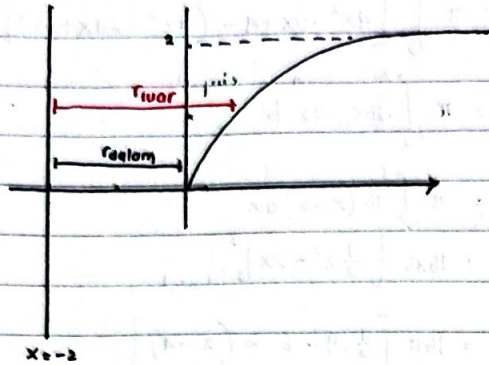
Ambil partisi horizontal. Karena batas kurva kanan dan kiri sama di setiap titik.

- ③ Volume Benda Putar

Karena partisi $\perp$ sumbu putar, maka gunakan metode Cincin-Cakram,

$$V = \int_a^b \pi [f(y)^2 - g(y)^2] dy$$

- ④ Menentukan jari-jari luar dan dalam
Berdasarkan Sketsa Kurva:



- Jari-jari luar adalah jarak antara sumbu putar $x = -2$ hingga kurva $x = y^2$ ($y = \sqrt{x}$).
 $\rightarrow x = y^2 - (-2)$
 $= y^2 + 2$
- Jari-jari dalam adalah jarak antara sumbu putar $x = -2$ hingga garis $x = 0$.
 $\rightarrow x = 0 - (-2)$
 $= 2$

- ⑤ Menghitung Volume
karena sumbu putar // sumbu-y dan menggunakan Konsep Cincin-Cakram, maka ubah semua persamaan dalam fungsi y

$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^2 \pi [(y^2 + 2)^2 - 2^2] dy \\
 &= \int_0^2 \pi [y^4 + 4y^2 + 4 - 4] dy \\
 &= \int_0^2 \pi [y^4 + 4y^2] dy \\
 &= \pi \left[\frac{1}{5} y^5 + \frac{4}{3} y^3 \right]_0^2 \\
 &= \pi \left[\frac{32}{5} + \frac{32}{3} \right] \\
 &= \pi \left[\frac{96 + 160}{15} \right] \\
 &= \pi \left[\frac{256}{15} \right] \\
 &= \pi \cdot \left[17 \frac{1}{15} \right] \text{ satuan Volume}
 \end{aligned}$$

► Rumus Panjang Kurva

- ① Dalam Koordinat-xy

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$S = \int_c^d \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy$$

- ② Dalam parametrik

$$S = \int_a^b \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2} dt$$

dengan $a \leq t \leq b$

- ③ Dalam Koordinat Kutub

$$S = \int_a^b \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$$

B. Panjang Suatu Kurva

- 1). $y = \frac{x^4}{16} + \frac{1}{2x^2}$, dari $x=2$ ke $x=3$

Jawaban:

- ① Tentukan $f'(x)$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{4}{16} x^3 + \frac{1}{2} (-2) x^{-3} \\
 &= \frac{1}{4} x^3 - x^{-3}
 \end{aligned}$$

- ② Tentukan $[f'(x)]^2$

$$[f'(x)]^2 = \frac{1}{16} x^6 - \frac{1}{2} + x^{-6}$$

- ③ Tentukan $1 + [f'(x)]^2$

$$\begin{aligned}
 1 + [f'(x)]^2 &= 1 + \frac{1}{16} x^6 - \frac{1}{2} + x^{-6} \\
 &= \frac{1}{16} x^6 + \frac{1}{2} + x^{-6}
 \end{aligned}$$

* Cari Kuadrat Sempurna

$$\rightarrow \left(\frac{1}{4} x^3 + x^{-3}\right)^2 = \frac{1}{16} x^6 + \frac{1}{2} + x^{-6}$$

- ④ Tentukan panjang kurva

$$S = \int_2^3 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_2^3 \sqrt{\left(\frac{1}{4}x^3 + x^{-3}\right)} dx \\
 &= \int_2^3 \frac{1}{4}x^3 + x^{-3} dx \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{-2}x^{-2} \Big|_2^3 \\
 &= \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{2x^2} \Big|_2^3 \\
 &= \frac{81}{16} - \frac{1}{18} - \left[1 - \frac{1}{8}\right] \text{ Satuan panjang} \\
 &= \frac{71}{18}
 \end{aligned}$$

3). Panjang kurva parametrik : $x = \cos 2t$,
 $y = \sin 2t$, interval $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

① Tentukan $\frac{dx}{dt}$ dan $\frac{dy}{dt}$

$$\frac{dx}{dt} = -2\sin 2t \quad \frac{dy}{dt} = 2\cos 2t$$

② Panjang kurva parametrik

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \\
 &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{(-2\sin 2t)^2 + (2\cos 2t)^2} dt \\
 &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{4\sin^2 2t + 4\cos^2 2t} dt \\
 &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{4[\sin^2 2t + \cos^2 2t]} dt \\
 &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{4} dt \\
 &= 2 \int_0^{\pi/2} dt \\
 &= 2 \cdot t \Big|_0^{\pi/2} \\
 &= 2 \cdot \frac{\pi}{2} \\
 &= \pi \text{ Satuan panjang}
 \end{aligned}$$

4). Panjang busur kurva $r = 2a \cos \theta$

① Tentukan $\frac{dr}{d\theta}$

$$\begin{aligned}
 \frac{dr}{d\theta} &= 2a \cdot (-\sin \theta) \\
 &= -2a \sin \theta
 \end{aligned}$$

② Tentukan $\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 &= (-2a \sin \theta)^2 \\
 &= 4a^2 \sin^2 \theta
 \end{aligned}$$

③ Panjang busur

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^{\pi} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \\
 &= \int_0^{\pi} \sqrt{(2a \cos \theta)^2 + 4a^2 \sin^2 \theta} d\theta \\
 &= \int_0^{\pi} \sqrt{4a^2 \cos^2 \theta + 4a^2 \sin^2 \theta} d\theta \\
 &= \int_0^{\pi} \sqrt{4a^2 [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta]} d\theta \\
 &= 2a \int_0^{\pi} d\theta \\
 &= 2a \cdot \theta \Big|_0^{\pi} \\
 &= 2\pi a \text{ satuan panjang}
 \end{aligned}$$

C. Koordinat Kutub

1. Jarak paling jauh $r = 2 + 3\sin \theta$, $0 \leq \theta \leq \pi$
 dari titik asal.

Jawab : Konsep : r jarak titik ke titik asal,

① Cari nilai $\sin \theta$ maksimal

$$\sin \theta = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

② Tentukan r

$$\begin{aligned}
 r &= 2 + 3\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\
 &= 2 + 3 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

③ Diperoleh titik terjauh

$$(r, \theta) = \left(5, \frac{\pi}{2}\right)$$

D. Grafik dalam Koordinat Kutub

Konsep Umum:

① Lingkaran

$$r = \pm 2a \cos \theta \rightarrow \text{pusat di sumbu-x}$$

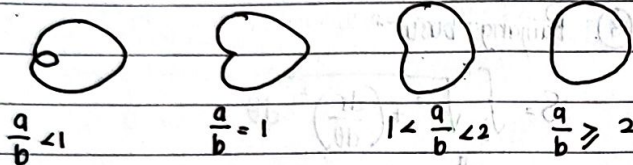
$$r = \pm 2a \sin \theta \rightarrow \text{pusat di sumbu-y}$$

dengan jari-jari a

② Limacon dan Kardioida

$$r = a \pm b \cos \theta$$

$$r = a \pm b \sin \theta$$



③ Rose

$$r = a \sin n\theta$$

$$r = a \cos n\theta$$

n berpengaruh pada jml. daun
 a = ukuran / panjang daun

Catatan : n ganjil $\rightarrow$ jumlah daun = n

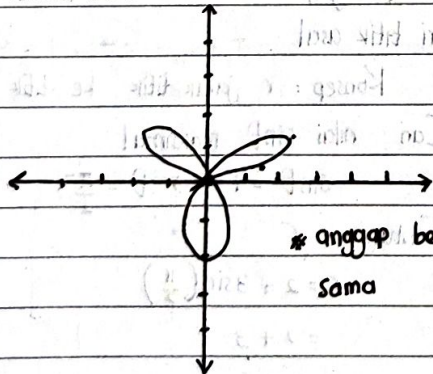
n genap $\rightarrow$ jumlah daun = $2n$

Soal:

1). Gambarkan kurva rose $r = 4 \sin 3\theta$ dan tentukan luas daerah dalam kurva.

3θ	0	30°	90°	150°	180°	210°	270°
θ	0	10°	30°	50°	60°	70°	90°
r	0	2	4	2	0	-2	-4

① Sketsa kurva



* anggap besar 3 daun
sama

② Luas kurva

karena 3 daun sama luasnya, cari salah satu lalu kalikan 3.

karena 1 daun terbentuk pada $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$,

maka :

$$\begin{aligned} L_{\text{daun}} &= \int_0^{60^\circ} \frac{1}{2} [4 \sin 3\theta]^2 d\theta \\ &= \frac{1}{2} \cdot 16 \int_0^{60^\circ} \sin^2 3\theta d\theta \\ &= 8 \int_0^{60^\circ} \sin^2 3\theta d\theta \\ &= 8 \int_0^{60^\circ} \frac{1}{2} [1 - \cos 6\theta] d\theta \\ &= 4 \int_0^{60^\circ} 1 - \cos 6\theta d\theta \\ &= 4 \left[\theta - \frac{1}{6} \sin(6\theta) \right]_0^{60^\circ} \\ &= 4 \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{6} (0) - \left[0 - 0 \right] \right] \end{aligned}$$

$$= 4 \frac{\pi}{3} \text{ satuan luas}$$

$$L_{\text{tot}} = 3 \times L_{\text{daun}}$$

$$= 3 \times \frac{4\pi}{3}$$

$$= 4\pi \text{ Satuan luas}$$

E. Luas dan Volume Koordinat Kutub

Persamaan Umum:

► Luas dalam Koordinat Kutub

$$A = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} [f(\theta)]^2 d\theta = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

► Volume dalam Koordinat Kutub

→ Sumbu putar = Sumbu-x

$$V = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{2}{3} \pi r^3 \sin \theta d\theta$$

→ Sumbu putar = Sumbu-y

$$V = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{2}{3} \pi r^3 \cos \theta d\theta$$

α ke β batas sudut yang diputar BERLAWANAN arah jarum jam.

► Luas dalam Koordinat Kutub

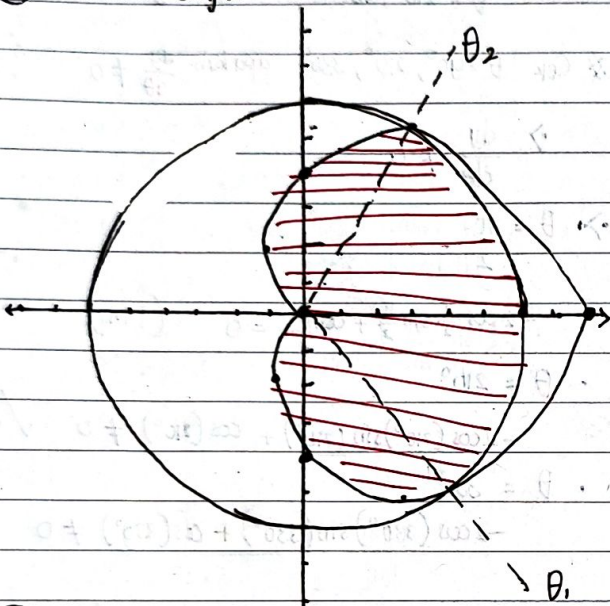
- 1). EAS 2025. Luas daerah dalam lingkaran $r=6$ dan di dalam kardioida $r=4+4\cos\theta$.

Jawab :

- ① Plot / Tentukan Titik pada Koor. Kutub

θ	0°	60°	90°	120°	180°	240°	270°
r	8	6	4	2	0	2	4

- ② Sketsa Grafik $r=6$ dan $r=4+4\cos\theta$



- ③ Analisis daerah yang diarsir

- Daerah yang diarsir simetri terhadap $\theta=0$
- Daerah di atas $\theta=0$ sama saja dengan luas,
 - Kardioida dari θ_2 hingga $\theta=180^\circ$
 - Lingkaran dari $\theta=0$ hingga θ_2

- ④ Tentukan titik potong

$$\begin{aligned} r_1 &= r_2 \\ 4+4\cos\theta &= 6 \\ 4\cos\theta &= 2 \\ \cos\theta &= \frac{1}{2} \rightarrow \theta_1 = -60^\circ \\ &\quad \theta_2 = 60^\circ \end{aligned}$$

- ⑤ Luas daerah atas $\theta=0$

- a. Luas Kardioida θ_2 hingga $\theta=180^\circ$

$$A = \int_{60^\circ}^{180^\circ} \frac{1}{2} [4+4\cos\theta]^2 d\theta = \frac{1}{2} \int_{60^\circ}^{180^\circ} 16 + 32\cos\theta + 16\cos^2\theta d\theta$$

* Catatan : $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} 16 + 32\cos\theta + 16 \cdot \frac{1}{2} (1+\cos 2\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} 16 + 32\cos\theta + 8 + 8\cos 2\theta d\theta \\ &= \int_{\pi/3}^{\pi} \theta + 16\cos\theta + 4 + 4\cos 2\theta d\theta \\ &= \int_{\pi/3}^{\pi} 12 + 16\cos\theta + 4\cos 2\theta d\theta \\ &= 12\theta + 16\sin\theta + 4 \cdot \frac{1}{2} \sin 2\theta \Big|_{\pi/3}^{\pi} \\ &= 12\pi + 16(0) + 2 \cdot (0) - \left[4\pi + 16 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} \right] \\ &= 12\pi - 4\pi - 8\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= 8\pi - 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

- b. Luas lingkaran dari $\theta=0$ hingga θ_2

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\pi/3} \frac{1}{2} [6]^2 d\theta = \frac{1}{2} \cdot 36 \int_0^{\pi/3} d\theta \\ &= 18 \cdot \theta \Big|_0^{\pi/3} \\ &= 18 \cdot \left[\frac{\pi}{3} - 0 \right] \\ &= 6\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\text{tot}} &= 2 \times [8\pi - 9\sqrt{3} + 6\pi] \\ &= 28\pi - 18\sqrt{3} \text{ satuan luas.} \end{aligned}$$

- 4). Volume kurva $r=1-\cos\theta$ (untuk $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) yang diputar thd. sumbu-x

$$V = \int_0^{\pi/2} \frac{2}{3} \pi (1-\cos\theta)^3 \sin\theta d\theta$$

$$\begin{aligned} \text{misal : } p &= 1-\cos\theta & \text{BA : } p &= 1-\cos\frac{\pi}{2} = 1 \\ dp &= \sin\theta d\theta & \text{BB : } p &= 1-\cos 0 = 0 \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{3} \pi \int_0^1 p^3 \cdot dp$$

$$= \frac{2}{3} \pi \cdot \frac{1}{4} p^4 \Big|_0^1$$

$$= \frac{\pi}{6} [1-0] = \frac{\pi}{6} \text{ satuan Volume}$$

F. Garis Singgung dan Panjang Busur Koordinat Kutub.

Konsep Umum :

► Garis Singgung

gradien garis singgung koordinat kutub diperoleh dari

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}$$

* Langkah-langkah mencari $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{dx}{d\theta}$

1). Ubah $r = f(\theta)$ dalam fungsi x dan y .

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

2). Substitusi r ke persamaan 1).

3). Tentukan $\frac{dx}{d\theta}$ dan $\frac{dy}{d\theta}$

* Garis Singgung Vertikal dan Horizontal

→ Vertikal : $\frac{dx}{d\theta} = 0$ dan $\frac{dy}{d\theta} \neq 0$

→ Horizontal : $\frac{dx}{d\theta} \neq 0$ dan $\frac{dy}{d\theta} = 0$

③ Terapkan syarat garis singgung vertikal

$$\rightarrow \frac{dx}{d\theta} = 0$$

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin \theta = 0$$

$$\sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta) - \sin \theta = 0$$

$$2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 = 0$$

$$(2 \sin \theta + 1)(\sin \theta - 1) = 0$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2} \quad \vee \sin \theta = 1$$

$$\theta = 210^\circ, 330^\circ \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

* Cek $\theta = 90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ apakah $\frac{dy}{d\theta} \neq 0$

$$\rightarrow \frac{dy}{d\theta} \neq 0$$

$$\bullet \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet -2 \cos \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} = 0 \quad (TM)$$

$$\bullet \theta = 210^\circ$$

$$-2 \cos(210^\circ) \sin(210^\circ) + \cos(210^\circ) \neq 0 \quad \checkmark$$

$$\bullet \theta = 330^\circ$$

$$-2 \cos(330^\circ) \sin(330^\circ) + \cos(330^\circ) \neq 0 \quad \checkmark$$

Soal :

1). Semua koordinat polar $r = 1 - \sin \theta$ yang punya garis singgung vertikal

Jawab :

① Tentukan x dan y

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$= (1 - \sin \theta) \cos \theta \quad = (1 - \sin \theta) \sin \theta$$

② Tentukan $\frac{dx}{d\theta}$ dan $\frac{dy}{d\theta}$

$$\rightarrow \frac{dx}{d\theta} = u'v + uv' = -\cos \theta \cdot \cos \theta + (1 - \sin \theta)(-\sin \theta)$$

$$= -\cos^2 \theta - \sin \theta + \sin^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin \theta$$

$$\rightarrow \frac{dy}{d\theta} = u'v + uv' = -\cos \theta \cdot \sin \theta + (1 - \sin \theta) \cos \theta$$

$$= -\cos \theta \sin \theta + \cos \theta - \sin \theta \cos \theta$$

$$= -2 \cos \theta \sin \theta + \cos \theta$$

Jadi, titik yang memenuhi hanya pada $\theta = 210^\circ$ dan $\theta = 330^\circ$

④ Tentukan r untuk $\theta = 210^\circ$ dan $\theta = 330^\circ$

$$\bullet \theta = 210^\circ \rightarrow r = 1 - \sin 210^\circ$$

$$= 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\bullet \theta = 330^\circ \rightarrow r = 1 - \sin(330^\circ)$$

$$= 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\text{Jawab : } \left[\left(\frac{3}{2}, 210^\circ \right) \text{ dan } \left(\frac{3}{2}, 330^\circ \right) \right]$$

6. Deret Tak Hingga

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5+n}$ cari 5 suku pertama & konvergensi

Jawab :

→ 5 Suku pertama

$$a_1 = \frac{1}{6}$$

$$a_4 = \frac{24}{9}$$

$$a_2 = \frac{2}{7}$$

$$a_5 = \frac{120}{10}$$

$$a_3 = \frac{6}{8}$$

→ Konvergensi

* Uji Rasio

$$\cdot \text{Konvergen} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$$

$$\cdot \text{Divergen} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1$$

$$\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \frac{(n+1)!}{5+n+1} \cdot \frac{5+n}{n!}$$

$$= \frac{(n+1) \cancel{n!}}{n+6} \cdot \frac{n+5}{\cancel{n!}}$$

$$= \frac{(n+5)(n+1)}{n+6}$$

Sehingga, diperoleh :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+5)}{n+6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 6n + 5}{n+6} = \infty$$

Sehingga deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5+n}$ DIVERGEN

//